



Algunos medios semióticos y procesos de objetivación en estudiantes de grado séptimo al abordar tareas de generalización de patrones: el caso de una secuencia figural con apoyo tabular.

Jeisson David Gustin Ortega

Maestría en Enseñanza de las Ciencias Exactas y Naturales, Universidad Nacional de Colombia
Colombia

jdgustino@unal.edu.co

Ph. Teresa Pontón Ladino

Universidad Nacional de Colombia
Colombia

tpontonl@unal.edu.co

Resumen

En este trabajo de indagación, se identifican los medios semióticos a los que recurren estudiantes de grado séptimo (12 y 13 años de edad) de la educación básica y los procesos de objetivación que desarrollan cuando se enfrentan a actividades de generalización de patrones, para ello se propuso el diseño y adaptación de cuatro tareas con secuencias numéricas y figurales con apoyo tabular basados en las investigaciones adelantadas por el profesor Luis Radford. En el análisis de la actividad matemática desarrollada por los estudiantes, se logró identificar diferentes recursos semióticos que les permitieron a los estudiantes tomar conciencia de las características comunes de las secuencias propuestas en las tareas, generando nodos semióticos que evolucionan en otros sistemas semióticos a través de procesos de objetivación que les permiten generalizar algebraicamente.

Palabras clave: Objetivación, medios semióticos, nodos semióticos, procesos de objetivación, iconicidad, contracción semiótica, generalización.

Problema de investigación

Desde el punto de vista curricular, es necesario destacar que el pensamiento variacional, tal como se presenta en los Estándares Básicos de Competencia (EBC) (MEN 2006, p.66), tiene que ver con el “reconocimiento, la percepción, la identificación y la caracterización de la variación y el cambio en diferentes contextos, así como con su descripción, modelación y representación en distintos sistemas o registros simbólicos, ya sean verbales, icónicos, gráficos o algebraicos”. En el sistema educativo colombiano, el trabajo sobre el pensamiento algebraico se debe empezar a construir desde los primeros años de escolaridad y cobrar mayor relevancia en grados superiores. Lo anterior requiere del diseño de actividades y tareas significativas, propuestas por el maestro, que permitan el acercamiento a las nociones y conceptos algebraicos, por parte de los estudiantes, desde los primeros años escolares y de esta forma contribuir en la construcción de la estructura algebraica en los grados superiores.

Este trabajo se centra en analizar la emergencia del pensamiento algebraico en estudiantes de grado séptimo, cuando abordan tareas de generalización de patrones, a partir de la identificación de los medios semióticos que movilizan, además de determinar procesos de objetivación que permiten tomar conciencia de los objetos matemáticos, relacionados con los patrones y regularidades que identifican los estudiantes en actividades de generalización. En este sentido, y tomando como marco de referencia la Teoría de la Objetivación, este trabajo de indagación se planteó con el propósito de responder la siguiente pregunta: *¿Cuáles son los medios semióticos de objetivación que emergen en los estudiantes de grado séptimo y qué procesos de objetivación desarrollan cuando se enfrentan a tareas sobre generalización de patrones?*

Marco Teórico

Este trabajo se fundamenta en la teoría de la objetivación desarrollada por Luis Radford, la cual parte de un reposicionamiento del individuo visto como un sujeto que vive, piensa y actúa en el marco de su cultura y de la premisa que la base de la cognición se encuentra en la praxis social, entendida esta praxis no como una práctica contemplativa, sino como una actividad humana sensitiva y concreta (Radford, 2010).

Esta teoría parte de dos principios (Radford, 2006): por un lado, parte de la idea de que la dimensión psicológica debe ser objeto de estudio de la didáctica de las matemáticas. Por otro lado, sugiere que los significados que circulan en el aula no pueden ser confinados a la dimensión interactiva que ocurre en el aula misma, sino que tienen que ser conceptualizados en el contexto de su dimensión histórico-cultural. En este sentido, la teoría de la objetivación propone una didáctica anclada en principios en los que el aprendizaje es visto en tanto que actividad social arraigada en una tradición cultural que la antecede.

Desde el punto de vista metodológico, la objetivación lleva a prestar atención, por un lado, a los diferentes artefactos, técnica o *medios semióticos de objetivación* (como gestos, palabras, ritmos), que utiliza el estudiante en su esfuerzo por elaborar significados y tomar conciencia de los objetos conceptuales (Radford, 2006); y por otro lado, a la interacción sincrónica de estos

medios semióticos, que al evolucionar dejan en evidencia diferentes procesos que permiten la objetivación del saber, es decir, lograr el aprendizaje.

Medios semióticos y procesos de objetivación

Desde la teoría de la objetivación los artefactos y signos son vistos más allá de su concepción instrumental como representación del conocimiento, debido a que sobre ellos se deposita la historia cognitiva de generaciones predecesoras, radicando una responsabilidad histórica y cultural que los hace consustanciales con la actividad, sobre la que se incluyen medios físicos y sensuales de objetivación diferentes a la escritura, dando así una forma corpórea y tangible al conocimiento (Radford, 2003).

Dentro de esta perspectiva, la objetivación de los objetos matemáticos aparece vinculada a los esfuerzos mediados y reflexivos de los individuos que apuntan al logro de su actividad. Para ello, generalmente los individuos recurren a gran cantidad de medios, como manipular objetos, hacer dibujos, emplear gestos, escribir marcas, usar las categorías de clasificación lingüísticas, o hacer uso de analogías, metáforas, metonimias, y así sucesivamente. En otras palabras, para alcanzar su meta los individuos confían en el uso y la combinación de diversas herramientas, señales y dispositivos lingüísticos a través del cual se organizan sus acciones a través del espacio y el tiempo. En este sentido Radford (2003, p. 5) expresa:

Estos objetos, herramientas, dispositivos lingüísticos y signos que los individuos intencionalmente utilizan en los procesos de creación de significados sociales para lograr una forma estable de la conciencia, a poner de manifiesto sus intenciones, y para llevar a cabo sus acciones para alcanzar el objetivo de sus actividades, se llaman medios *semióticos de objetivación*.

Entre los diferentes medios semióticos que se manifiestan en el aula de clase cuando los estudiantes se enfrentan a la actividad matemática, se le da gran importancia al gesto, debido a que es uno de los medios que más se evidencia en los estudiantes, y que de acuerdo con Radford (2005, p.1) “permiten objetivar el conocimiento, es decir, hacer consciente los aspectos conceptuales que, debido a su propia generalidad, no se puede indicar plenamente en el ámbito de lo concreto”, es decir, permiten la objetivación del saber. En este sentido, los gestos ayudan a los estudiantes a hacer sus intenciones aparentes, a notar relaciones matemáticas abstractas y tomar conciencia de los aspectos conceptuales de la matemática objetos.

Sin embargo, el gesto, analizado aisladamente de otros medios semióticos, solo permite evidenciar un alcance limitado de la objetivación. Lo mismo ocurre con las palabras, la escritura, fórmulas, entre otros medios semióticos. Esto se debe a que la objetivación del saber resulta de una mediación multisemiótica, es decir, “se desarrolla en una interacción dialéctica de diversos sistemas semióticos” (Radford, 2005, p. 2). Esta interacción de los diferentes sistemas semióticos de objetivación se conoce como *nodo semiótico*, el cual se considera como “una pieza de la actividad semiótica de los estudiantes donde la acción y diversos signos (por ejemplo, el gesto, la palabra, la fórmula) trabajan juntos para lograr la objetivación del saber” (Radford, 2005, p. 2). Desde esta idea, las producciones escritas de los estudiantes dejan de considerarse

como las únicas formas que dan cuenta de la toma de conciencia que hacen de los objetos, o de los resultados de los procesos de enseñanza y aprendizaje.

De otra parte, el uso de nodos semióticos no es lo único que contribuye a *un proceso de objetivación*, es decir, “aquellos procesos sociales a través del cual los estudiantes logran entender la lógica cultural con que los objetos de conocimiento se han dotado y se convierten al corriente de las formas históricamente constituidas de la acción y el pensamiento” (Radford, 2010b, p. 6). En este sentido, la objetivación de la estructura matemática detrás de un patrón que fue mediado por las palabras y los gestos pueden ser profundizados por una actividad mediada a través de otros tipos de señales que se asocian a la formación de nuevos significados provenientes de registros basados en otros sistemas semióticos que el estudiante ya había dominado con anterioridad (Moreno, 2014).

Este avance progresivo de los diferentes niveles de objetivación lleva al estudiante a trabajar sobre la reducción de sus acciones frente a la labor que se realiza sobre el objeto matemático. La reducción de esas acciones es otro proceso genético de objetivación del saber, donde el estudiante “lleva a cabo un proceso de elección entre lo que considera relevante e irrelevante; lo que conduce a una contracción de la expresión y a un nivel más profundo y concomitante de la conciencia y la inteligibilidad” (Radford, 2008b, p. 8). Desde esta idea para alcanzar ciertos niveles de generalidad, el estudiante debe “compensar la reducción de recursos semióticos con una concentración de significado en el menor número de signos (palabras, gestos), a través del cual expresa ahora la generalización. Esta reducción de signos y concentración de significados constituye una *contracción semiótica*” (Radford, 2010b, p. 15).

Diseño y justificación de las Tareas

El diseño de las tareas que se presentan en este trabajo de indagación se encuentra orientado hacia la identificación de medios semióticos y procesos de objetivación a los cuales recurren los estudiantes de grado séptimo cuando se enfrentan a tareas de generalización de patrones, así como también, evidenciar los espacios de interacción social y negociación de significados entre las comunidades de aprendizaje que se forman en el aula. Para ello, se realizó la adaptación de algunas tareas sobre secuencias figurales y numéricas con apoyo tabular desarrolladas en trabajos anteriores (Radford, 2008, Moreno, 2014 & Lasprilla, 2014), vinculadas a la teoría de la objetivación, a partir de las cuales se garantiza la emergencia de los de medios semióticos y procesos de objetivación.

Se hace necesario mencionar que la opción de abordar en este trabajo de indagación secuencias figurales y numéricas reside fundamentalmente en que estos tipos de secuencias representan situaciones propicias para la emergencia de formas de pensamiento algebraico (Radford, 2010a, 2010b, 2010c, 2012a). Además, se hace también la distinción entre secuencias figurales con apoyo tabular y secuencias puramente figurales y secuencias numéricas con apoyo tabular y puramente numéricas, propuesto por Vergel (2014). Para efectos de este trabajo y siguiendo lo establecido en los objetivos, se diseñaron únicamente cuatro tareas, dos con secuencias figurales y dos secuencias numéricas con apoyo tabular, ya que estas permiten establecer relaciones entre el término y el número asociado a ese término y entre la figura representada y el número de la

figura, de tal manera que el apoyo tabular juega un papel importante en la identificación de la comunalidad en la secuencia.

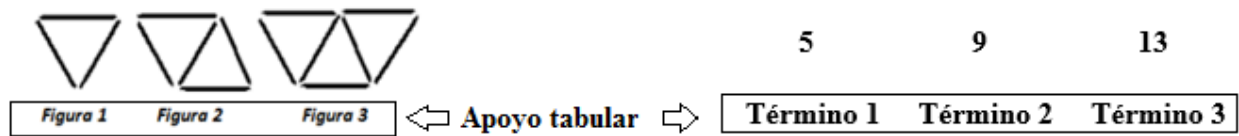


Figura 1. Ejemplos de secuencias figurales y numéricas con apoyo tabular

En relación al diseño de las consignas, estas se desarrollaron de tal manera que permitieran la emergencia de los medios semióticos de objetivación en los estudiantes (como gestos, señalamientos, deícticos espaciales, el ritmo, la actividad perceptual, entre otros) de tal manera que su sincronía convergieran en nodos semióticos que dejaran ver el desarrollo de procesos de objetivación como la iconicidad y la contracción semiótica. A continuación se presenta una rejilla de diseño de una de las tareas propuestas:

Tabla 1.
Rejilla de diseño Tarea 2

Pregunta o literal	Justificación	Recursos movilizados Medios semióticos	Proceso de generalización	Procesos de objetivación
L1	Introducción a la situación; identificar los elementos de la secuencia.	Conteo, gestos, señalizaciones tapar, destapar	Abducción, transformación de la abducción y deducción	
L2	Identificar una comunalidad a partir de las representaciones graficas que puedan hacer entre la figura 1 y la 10.	Conteo, conteo de lo oculto, gestos, señalizaciones dibujos, palabras.	Abducción: Determinaciones sensibles Visión de regularidad Característica común	
L3				
L4	Movilizar otros recursos diferentes al pictórico, lo cual implica haber generado una hipótesis frente a la comunalidad encontrada.	Actividad perceptual	Característica común Transformación de la abducción Hipótesis	
L5	Comunicar una forma común a ambos casos anteriores que no sea de forma gráfica, lo que permite el uso de lenguaje escrito para evidenciar formas de factuales de generalización.	Palabras, ritmo, frases claves rememoración y comparación.	Abducción Analítica	Iconicidad
L6	Iniciación a una generalización contextual donde se pretende que la comunalidad pueda ser aplicada a figuras que no son fáciles de dibujar.	Frases claves Nodos semióticos	Abducción. Analítica y aplicación a términos no dados, transformación de	Iconicidad

			la abducción	
L7	Observar cómo la comunalidad es descrita para todos los términos de la secuencia. En este sentido, la indeterminancia se vuelve objeto del discurso.	Nodos semióticos	Abducción. Analítica	Orquestación semiótica Contracción semiótica
L8	Iniciación a una generalización simbólica donde se pretende que la comunalidad pueda ser aplicada a valores numéricos que no son fáciles de obtener.	Señales, símbolos, letras, nodos semióticos	Deducción de la fórmula	Contracción semiótica

Resultados

En este trabajo de indagación el análisis de los datos se realiza a partir de las producciones de los estudiantes sobre cuatro tareas propuestas con secuencias figurales y numéricas con apoyo tabular. Este análisis se basa en una concepción multimodal del pensamiento humano (Miranda, Radford & Guzmán, 2007), en el cual se tuvo en cuenta la relación de los diferentes sistemas semióticos movilizados durante la actividad matemática (el sistema semiótico del lenguaje escrito, el del lenguaje hablado, el de los gestos, el de las acciones, etc.). Es decir, ni lo escrito, ni lo hablado, ni lo gesticado por los estudiantes se analizó de manera aislada (Miranda, et al, 2007).

A continuación, se presenta una interlocución establecida entre el profesor y las estudiantes de una comunidad de aprendizaje conformada por Juliana, Natalia y Luisa. En esta interlocución, Juliana decide explicar el desarrollo de toda la tarea reconociendo también en trabajo de sus compañeras:

L11. Profesor: Explíquenme las regularidades que encontraron en la tarea.

L12. Juliana: Ehh..., bueno, aquí la figura 1 tiene tres palillos (realiza un deíctico sobre la figura 1), la figura 2 tiene 5 (realiza un deíctico sobre la figura 2) y vimos que cada una iba aumentado de a dos palillos, en la figura 3 hay 7 (realiza un deíctico sobre la figura 3), en la figura 4 hay nueve (realiza un deíctico sobre la figura 9), en la figura 5 hay once y en la figura 6 hay 13 (realiza un deíctico sobre la figura 13), así respondimos las dos primeras preguntas, y en la tercera que dice ¿Cuántos palillos hay en la figura 10?, nosotros estamos revisando éste (voltea la hoja y realiza un deíctico de manera circular sobre un recuadro donde se evidencia el recurso de equivalencias), *pero era muy largo* entonces aquí hicimos *diez lo multiplicamos por dos que es la cantidad de palillos que va aumentando que dio veinte y le sumamos uno que es veintiuno* (realiza deícticos deslizando el dedo sobre operación que está enunciando).

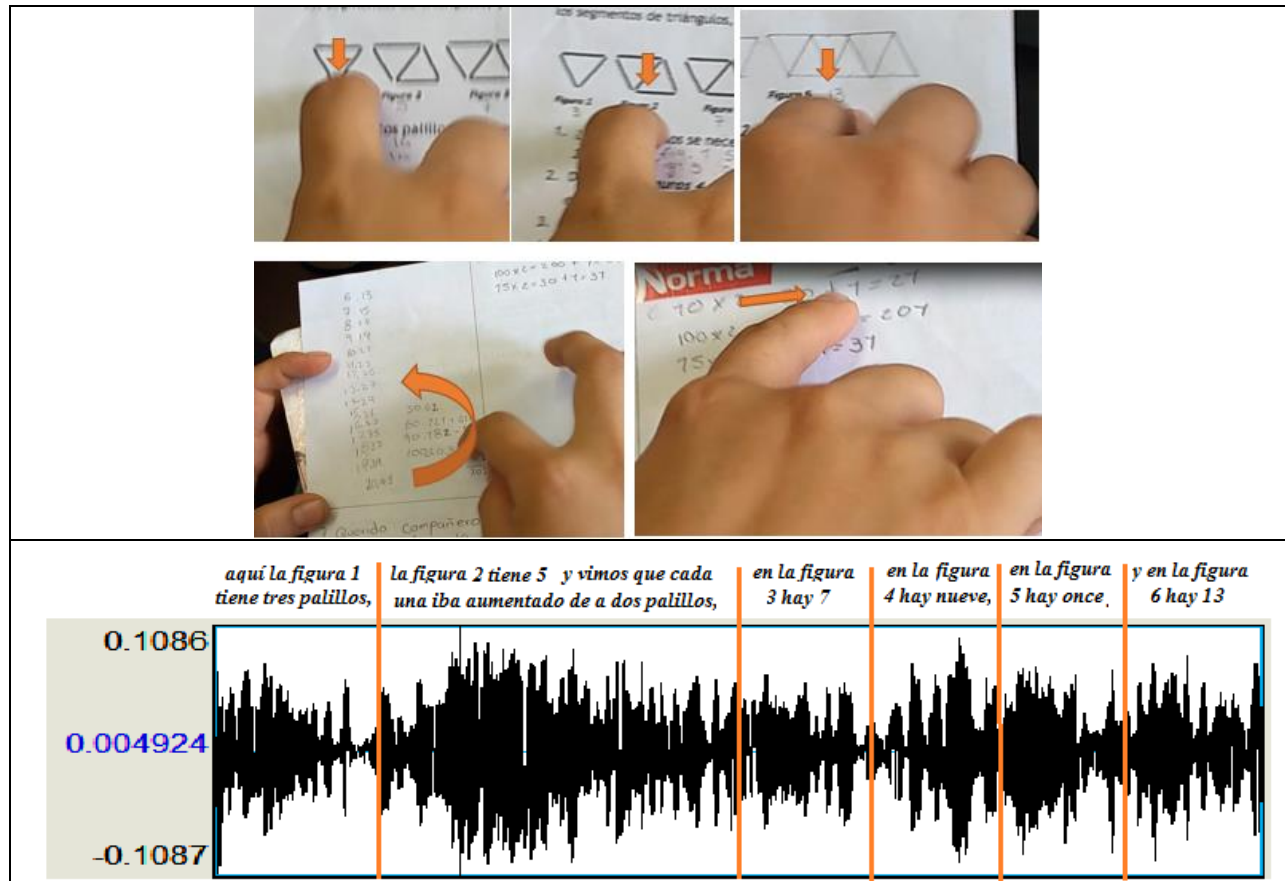


Figura 2. Arriba: Secuencia de señalamientos deícticos realizados por Juliana en L₁₂. Abajo: Análisis prosódico en el programa Praat de la elocución de Juliana en la primera parte de L₁₂

L13. Profesor: ¿Cómo se dieron cuenta que esa era la regularidad?

L14. Juliana: Pues... porque aquí en la figura 1 (voltea la hoja y señala con el dedo la figura 1), es dos por una dos y aumentamos uno y nos da tres.

L15. Profesor: ¿Y a que corresponde el tres?

L16. Juliana: Al número de palillos de la figura

L17. Profesor: ¿Y en la figura 2?

L18. Juliana: En la figura 2 es dos por dos cuatro más una cinco (señala el número 5 que se encuentra debajo de la figura 2), entonces vimos que coincidía en la secuencia (desliza el dedo en círculos sobre los dibujos de la secuencia, en orden ascendente y voltea la hoja) y pues decidimos hacerlo para la figura 10 (señala la operación donde se determina el número de palillos de la figura 10).

L19. Profesor: Ok, ¿y en la figura 15?

L20. Juliana: En la figura 15, eh..., esta es la figura 15 (señala la operación con un deíctico) le multiplicamos nuevamente por dos que es la cantidad de palillos (muestra dos dedos con la mano) y nos da treinta, más una da treinta y una (realiza deícticos deslizando el dedo sobre la operación). Luego en la pregunta 5 dice explica como hiciste para saber la cantidad de palillo es los dos casos anteriores, entonces *multipliqué el número de la figura por dos y al resultado le sumé uno*, así como en estas anteriores (voltea la hoja para señalar las operaciones de las preguntas 3 y 4 y la voltea nuevamente). Ehh, en la figura 100, utilizando las fórmulas anteriores, multipliqué cien por dos más una y dio doscientos uno.

$$\begin{aligned} 10 \times 2 &= 20 + 1 = 21 \\ 100 \times 2 &= 200 + 1 = 201 \\ 15 \times 2 &= 30 + 1 = 31 \end{aligned}$$

Figura 3. Operaciones realizadas por Juliana para las preguntas 3, 4 y 7.

L21. Profesor: Ok

L22. Juliana: En la pregunta del mensaje le coloqué debes multiplicar el número de la figura por dos, osea (realiza un deíctico sobre una operación encerrada en paréntesis) cien por dos igual a doscientos y al resultado les sumas uno que es igual a doscientos más uno igual a doscientos uno. Luego dice (voltea la hoja y señala la pregunta 4), escribe una expresión que permita calcular la cantidad de palillos necesarios en cada figura de manera directa, entonces pues, esta es una operación (realiza un deíctico sobre una expresión propuesta como respuesta).

L23. Profesor: ¿*n* quién es? (interrumpe la explicación de Juliana).

L24. Juliana: Es el número, el número de la figura, entonces el número de la figura lo multiplico por dos, aquí cuando dice número (señala la letra *n* de la expresión) puede ser cualquier número, puede ser figura 3, figura 4 (realiza deícticos sobre las figuras mencionadas), entonces *n lo multiplico por dos y a este resultado le sumo uno* y ahí ya me da el número de palillos de la figura.

$$(n \cdot 2) + 1$$

Figura 4. Expresión propuesta por Juliana y sus compañeras en la pregunta 8.

L25 Profesor: Ok, Natalia si yo por ejemplo te pregunto, ¿Cuál es el número de palillos de la figura 33?

L26. Natalia: Ehh..., multiplicaría la figura 33 por dos que sería sesenta y seis más uno que da sesenta y siete (observa al profesor mientras da su respuesta).

En la actividad matemática desarrollada por Juliana y su comunidad de aprendizaje se dejan ver algunos medios semióticos (como señalamientos, deícticos y el ritmo) que dan evidencia de la

actividad perceptual. Sin embargo, el elemento clave que se logra rescatar en esta interlocución hace referencia a los procesos de objetivación de iconicidad y contracción semiótica. Además, se puede apreciar la deducción de una fórmula que permite determinar la cantidad de palillos para cualquier figura, evidenciando una generalización de tipo algebraico.

Como se puede apreciar en L₁₂ y en la Figura 2, cuando Juliana determina el número de palillos de la figura 10, primero hace referencia a un procedimiento el cual descarta inmediatamente en su explicación por considerarlo muy largo, este recurso señalado por Juliana fue denominado en este trabajo como el recurso de las *correspondencias*. Como se puede observar en las Figuras 2 Juliana establece una relación uno a uno, con características tabulares, entre el número de la figura y su cantidad de palillos, por medio de una separación de puntos.

El procedimiento utilizado por y Juliana le permite en primera instancia determinar el número de palillos para un limitado número de figuras. Sin embargo, Juliana y su comunidad de aprendizaje ven la necesidad de acceder a otro procedimiento que les permita determinar la cantidad de palillos de cualquier figura con una menor cantidad de recursos. Es aquí donde la *contracción semiótica* se manifiesta en otro nivel, en la medida que emergen procedimientos operatorios que involucran características de la secuencia en un menor número de recursos y que permiten determinar el número de palillos de cualquier figura.

El procedimiento efectuado por Juliana para determinar el número de palillos de la figura 10 consiste en realizar el producto entre el número de la figura por dos, valor que de acuerdo como lo describe Juliana en L₁₂ corresponde al número de palillos que aumenta de una figura a otra, y al resultado le suma uno. Cuando se le pregunta a Juliana a cerca del proceso que utilizó para encontrar ese recurso, ella se remite a las dos primeras figuras de la secuencia sobre las que efectúa nuevamente el procedimiento, de esta manera Juliana manifiesta que junto con sus compañeras lograron identificar una *coincidencia* en la secuencia, a partir de la cual deciden aplicarla en otros términos.

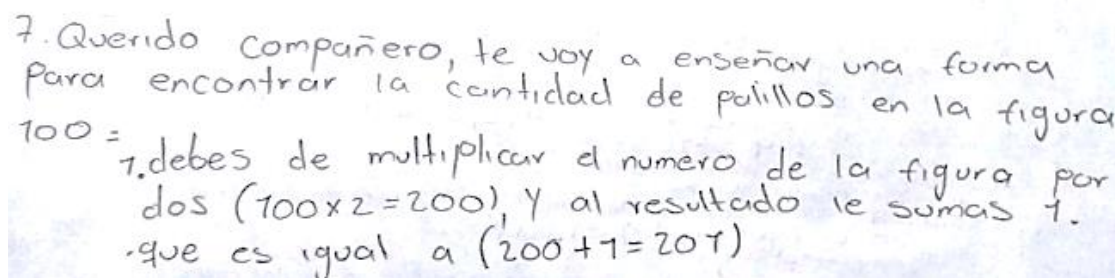
La coincidencia a la cual se refiere Juliana deja notar como a partir de su actividad perceptual logran identificar la característica común de la secuencia de una manera más amplia, es decir, no sólo se ha identificado el aumento de la cantidad de palillos entre una figura y otra, sino también que estas cantidades pueden obtenerse de multiplicar el número de la figura por dos y al resultado sumarle uno. Bajo esta característica puede decirse que la abducción de Juliana y su comunidad de aprendizaje se hace de manera analítica, la cual será utilizada ya no como simple posibilidad, sino como principio asumido para deducir apodóticamente una fórmula que proporciona el valor de cualquier término (Radford, 2013), lo que abre el camino para identificar elementos del pensamiento algebraico y generalizaciones algebraicas.

Si bien, la abducción de Juliana y su comunidad de aprendizaje alcanza el nivel analítico, desde L₁₂ hasta L₁₈ el sentido de la indeterminancia no alcanza todavía el nivel de la enunciación, es decir hasta el momento la indeterminancia queda implícita, lo cual deja constancia del pensamiento algebraico de tipo Factual, donde los medios semióticos movilizados (gestos, señalamientos, deícticos espaciales, el ritmo y la actividad perceptual) dejan ver la indeterminancia expresada en acciones concretas a través del trabajo sobre números, como por ejemplo cuando Juliana expresa: *dos por una dos y aumentamos uno y nos da tres*” en L₁₂, o “En

la figura 2 es dos por dos cuatro más una cinco” en L₁₈, y en la cual hay evidencia de una generalización *Factual* de acciones en la forma de un esquema operacional, esquema que permanece ligado al nivel concreto de uso de los símbolos numéricos, a términos deícticos, gestos y actividad perceptual como medios semióticos de objetivación (vergel 2014a).

Sin embargo, en L₂₀ además de apreciar la manera en que se aplica el procedimiento encontrado para determinar la cantidad de palillos para las figuras 15 y 100 respectivamente, Juliana expresa a través de un enunciado “clave” la regularidad encontrada, “*entonces multipliqué el número de la figura por dos y al resultado le sumé uno*”, dejando ver el sentido de la indeterminancia de manera explícita (el número de la figura), volviéndolo objeto de discurso, donde se constata el pensamiento algebraico Contextual. Esto significa que Juliana y su comunidad de aprendizaje, en este estrato de pensamiento, tienen que trabajar con formas reducidas de expresión, lo cual sugiere pensar en la idea de contracción semiótica, en tanto hay evolución de nodos semióticos (Vergel, 2014a).

En L₂₂ Juliana deja ver generalizaciones de tipo contextual, lo cual supone un nivel más avanzado de las generalizaciones factuales sin alcanzar las generalizaciones simbólicas (Vergel 2014a). Cuando Juliana se refiere a la pregunta del mensaje, en él describe a un compañero el procedimiento para determinar la cantidad de palillos de la figura 100 a través de un enunciado “clave”, sin embargo, este enunciado se describe de manera general para determinar la cantidad de palillos de cualquier figura.



7. Querido Compañero, te voy a enseñar una forma para encontrar la cantidad de palillos en la figura 100 = 1. debes de multiplicar el número de la figura por dos ($100 \times 2 = 200$), y al resultado le sumas 1. que es igual a ($200 + 1 = 201$)

Figura 36. Mensaje de Juliana, pregunta 7, Tarea 2.

En este nivel, los medios semióticos de objetivación (señalamientos, deícticos, actividad perceptual, el ritmo) identificados en L₁₂ y L₁₈, son sustituido por un enunciado “clave” (L₂₂), “*entonces multipliqué el número de la figura por dos y al resultado le sumé uno*”, donde el sentido de la indeterminancia emerge de manera explícita, se identifica el carácter operatorio y la manera de nombrar lo indeterminado (número de la figura), dando lugar a la analiticidad y la expresión semiótica. Lo anterior deja notar una evolución en el nodo semiótico lo que indica la contracción de recursos, donde las fórmulas corpóreas evolucionan hacia formas más sofisticadas dejando en evidencia la *contracción semiótica*.

Finalmente, Juliana presenta la regularidad encontrada en la secuencia a través de símbolos alfanuméricos, es decir, ha logrado la deducción algebraica de la fórmula. En L₂₂ Juliana señala una expresión algebraica (ver Figura 35), la cual se presenta como $(n \cdot 2) + 1$, inmediatamente el profesor interrumpe y le pregunta sobre el significado de n , a lo cual Juliana responde relacionando la letra con el número de la figura y expresando que puede ser cualquier número.

Ante esta respuesta, se puede constatar nuevamente una evolución del nodo semiótico, donde el enunciado clave es representado ahora a partir de símbolos alfanuméricos del álgebra, evidenciando “un cambio drástico en la manera de designar los objetos del discurso, lo cual hace pensar en otro estado del proceso de objetivación de la *contracción semiótica*” (Vergel, 2014a, p. 80).

Sin embargo, la contracción semiótica no es el único proceso de objetivación identificado en la actividad matemática de Juliana y su comunidad de aprendizaje, durante la interlocución se identificó procedimientos que fueron efectuados con el objetivo de verificar si la regularidad encontrada coincidía para otros términos de la secuencia, dejando ver nuevamente la *iconicidad*. Este proceso de la iconicidad provoca un contraste entre una situación que proviene de la experiencia de Juliana al ejecutar el procedimiento en las primeras figuras, y otra proviene de la necesidad de aplicar el procedimiento para determinar la cantidad de palillos de otras figuras solicitadas en la tarea.

En la última parte de la intervención el profesor pregunta a Natalia, que hace parte de la comunidad de aprendizaje de Juliana, a cerca de la cantidad de palillos de la figura 33 (L_{26}), a lo cual responde enunciando y efectuando el procedimiento de la regularidad descrito por Juliana de manera correcta. Aquí se deja ver un aspecto de la iconicidad conocido como *orquestración icónica*, en el cual Natalia hace propias las acciones de Juliana, es decir, toma los gestos, señales e intenciones de Juliana y los transforman en medios semióticos propios, para realizar y orientar sus intenciones en una nueva situación (Radford, 2009). Por último, se puede decir que Juliana y su comunidad de aprendizaje han generalizado completamente la regularidad de la secuencia presentada en la tarea, haciendo un recorrido desde elementos factuales (como señalamientos y correspondencias) y contextuales (enunciados clave) para finalmente presentar la regularidad de manera algebraica.

Como se puede constatar en el análisis de la interlocución, Juliana y su comunidad de aprendizaje siguen la estructura de la generalización algebraica de secuencias figurales propuesta por Radford (2013), en la medida que lograron capturar la comunalidad de la secuencia a partir de la observación sobre ciertos términos particulares, llegando a una abducción analítica con la cual pueden generalizar o aplicar dicha comunalidad a otros términos subsecuentes de la secuencia, para finalmente utilizar esa propiedad común con el fin de deducir una expresión directa que les permita determinar el valor de cualquier término de la secuencia (Vergel, 2014a), para este caso calcular la cantidad de palillos de cualquier figura.

Conclusiones

De acuerdo con lo evidenciado en este trabajo de indagación, y comprobando algunos planteamientos de la teoría de la objetivación propuesta por Radford (2003, 2005, 2006, 2008, 2010, 2013), Vergel (2014), entre otras, la actividad matemática de los estudiantes de grado séptimo, cuando se enfrentan a tareas de generalización de patrones, se encuentra mediada por diversidad recursos semióticos (gestos, señalamientos, deícticos, inscripciones, palabras, el ritmo) que le ayudan a tomar conciencia de las regularidades presentes en una secuencia figural o numérica con apoyo tabular. Estos recursos se convierten en medios semióticos que al interactuar al mismo tiempo y en el mismo espacio forman nodos semióticos que evolucionan en otros

sistemas semióticos a través de procesos de objetivación (iconicidad y contracción semiótica), los cuales dejan ver diferentes formas de generalización por parte de los estudiantes.

En relación a los estudiantes y sus comunidades de aprendizaje, la mayoría lograron generalizar completamente las regularidades de las secuencias presentadas en las tareas, haciendo un recorrido desde elementos factuales (como señalamientos y correspondencias) y contextuales (enunciados clave) de la generalización, donde la indeterminancia se hizo parte del discurso, la designación simbólica y la analiticidad emergieron evidenciando el pensamiento algebraico, para finalmente presentar la regularidad a través de símbolos alfanuméricos del álgebra.

Lo anterior, indica que el diseño de las tareas presentadas en este trabajo y la mediación del maestro fueron aspectos fundamentales en la toma de conciencia, de las regularidades de las secuencias propuestas, por parte de los estudiantes, lo que permitió evidenciar la identificación de características comunes, proponer hipótesis sobre la comunalidad (abducción analítica), aplicarla a términos no dados de la secuencia y, finalmente, llegar a la deducción de la fórmula, evidenciando la estructura de la generalización algebraica propuesta por Radford (2013).

Referencias y bibliografía

- Gustin, J. (2017). *Medios semióticos y procesos de objetivación en estudiantes de grado séptimo al abordar tareas de generalización de patrones*. Trabajo de Maestría. Universidad Nacional de Colombia, Palmira, Valle del Cauca.
- Ministerio de Educación Nacional. (2006). *Estándares Básicos de Competencias en Matemáticas*. Colombia, Santafé de Bogotá.
- Miranda, I. Radford, L. y Guzmán, J. (2007). Interpretación de las gráficas cartesianas sobre el movimiento desde el punto de vista de la teoría de la objetivación. *Educación Matemática*, 19(3), pp. 5-30
- Moreno, P. (2014). *La contracción semiótica como proceso de objetivación en estudiantes de grado sexto en el campo del pensamiento algebraico*. Trabajo de Maestría. Universidad Distrital Francisco José de Caldas, Bogotá-Colombia.
- Radford, L. (2003). Gestures, speech, and the sprouting of signs. *Mathematical Thinking and Learning* 5(1), 37-70. Disponible en: http://www.luisradford.ca/pub/79_gestures.pdf. [2016, marzo 30]
- Radford, L. (2005). ¿Why do gestures matter? Gestures as semiotic means of Objectification. En Helen L. Chick, Jill L. Vincent (Eds.), *Proceedings of the 29th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, University of Melbourne, Australia, 1(1), 143-145.
- Radford, L. (2006). Elementos de una teoría cultural de la objetivación. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, número especial sobre semiótica, cultura y pensamiento matemático (editores invitados: L. Radford y B. D'Amore), 267-299.

- Radford, L. (2008b). Iconicity and Contraction: A Semiotic Investigation of Forms of Algebraic Generalizations of Patterns In Different Contexts. *ZDM – The International Journal on Mathematics Education*. DOI 10.1007/s11858-007-0061-0.
- Radford, L. (2010a). Algebraic thinking from a cultural semiotic perspective. *Research in Mathematics Education*, 12(1), 1-19.
- Radford, L. (2010b). Signs, gestures, meanings: Algebraic thinking from a cultural semiotic perspective. In V. Durand-Guerrier, S. Soury-Lavergne, & F. Arzarello, F. (Eds.), *Proceedings of the Sixth Conference of European Research in Mathematics Education (CERME 6)* (pp. XXXIII – LIII). Université Claude Bernard, Lyon, France.
- Radford, L. (2013). En torno a tres problemas de la generalización. En L. Rico, M. C. Cañadas, J. Gutiérrez, M. Molina e I. Segovia (Eds.), *Investigación en Didáctica de la Matemática. Homenaje a Encarnación Castro* (pp. 3-12). Granada, España: Editorial Comares.
- Vergel, R. (2014). *Formas de pensamiento algebraico temprano en alumnos de cuarto y quinto grados de Educación Básica Primaria (9-10 años)*. Tesis Doctoral Laureada, Doctorado interinstitucional en educación, énfasis en Educación Matemática. Universidad Distrital Francisco José de Caldas. Bogotá-Colombia.